SOLUTIONS

Solution 1 :

1°/ a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

$M(x,y,z) \in (AB)$ si et seulement s'il existe $\alpha \in \mathbf{R}$ tel que $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$

donc une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

$$\begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = 0 \qquad \alpha \in \mathbf{R} \\ z = -1+\alpha \end{cases}$$

b) Du système paramétrique de la droite (AB)

on a : $y = 0$ et $\alpha = x - 1 = z + 1$

Donc une représentation cartésienne de (AB) est : $\begin{cases} x - 1 = z + 1 \\ y = 0 \end{cases}$.

2°/ a) Il suffit de prouver que les points A, B, et C ne sont pas alignés ou que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ;

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ on a : $1.1 - 0.(-1) = 1 \neq 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et par suite A, B, et C forment un plan P.

b) $M(x,y,z) \in P$ si et seulement s'il existe deux réels α et β.

tels que : $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$.